

Министерство образования Российской Федерации
Уральский государственный технический университет

ВОЛНОВОДЫ И ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Методические указания по курсу
“Электродинамика и распространение радиоволн”
для студентов всех форм обучения
радиотехнических специальностей

Екатеринбург 1998

УДК 621.38

Составители С.Н. Шабунин, И.П. Соловьянова

Научный редактор доц., канд. техн. наук М.П. Наймушин

Волноводы и объемные резонаторы: Методические указания по курсу
“Электродинамика и распространение радиоволн”/ С.Н.Шабунин, И.П.
Соловьянова. Екатеринбург: УГТУ, 1998. 38 с.

Методические указания содержат краткое описание расчета основных параметров прямоугольных и цилиндрических волноводов, а также коаксиальных линий передачи. Приведены формулы для расчета характеристик прямоугольных, цилиндрических и коаксиальных резонаторов. В каждом разделе приведены задачи для самостоятельного решения.

Подготовлено кафедрой «Высокочастотные средства радиосвязи и телевидения».

© Уральский государственный
технический университет, 1998

1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД

В прямоугольном металлическом волноводе с однородным диэлектрическим заполнением распространяются **магнитные волны** типа H_{mn} , у которых компоненты $H_z \neq 0$, а $E_z = 0$ (направление оси z совпадает с продольной осью волновода), и **электрические волны** E_{mn} , у которых $E_z \neq 0$, $H_z = 0$. Из бесконечного спектра типов волн с индексами $m=0,1,2,\dots$ и $n=0,1,2,\dots$ распространяться в волноводе будут лишь те, для которых выполняется соотношение

$$\lambda_{кр}^{mn} > \lambda, \quad f_{кр}^{mn} < f.$$

где $\lambda_{кр}^{mn}$ - критическая длина волны данного типа колебания,

$f_{кр}^{mn}$ - критическая частота:

$$f_{кр}^{mn} = c / \left(\lambda_{кр}^{mn} \cdot \sqrt{\varepsilon \mu} \right),$$

ε, μ - относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость заполняющего волновод материала,

$f = c / \lambda_0$ - частота генератора,

$\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\varepsilon \mu}$ - длина волны в среде с параметрами заполняющего волновод материала,

λ_0 - длина волны в вакууме.

Критическая длина волны:

$$\lambda_{кр}^{mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

где a и b - размеры поперечного сечения волновода по широкой и узкой стенкам. При одинаковых индексах m и n выполняется равенство:

$$\lambda_{кр}^{H_{mn}} = \lambda_{кр}^{E_{mn}},$$

а волны H_{mn} и E_{mn} называются **вырожденными**. Следует учесть, что волны H_{00} , E_{00} , E_{0m} и E_{m0} не существуют.

Электромагнитное поле распространяющейся волны H_{mn} имеет компоненты:

$$\dot{H}_z = H_0^{mn} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{H}_x = j H_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{H}_y = j H_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{E}_x = Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_y, \quad \dot{E}_y = -Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_x, \quad \dot{E}_z = 0,$$

где β^{mn} – продольное волновое число (коэффициент фазы),

$$k_{\perp}^{mn} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_{\text{кр}}} - \text{поперечное волновое число},$$

$$Z_H^{mn} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}^{mn}} \right)^2}}, [\text{Ом}] - \text{характеристическое сопротивление}$$

волновода для волн типа H_{mn} ,

$$Z_c = 120\pi \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, [\text{Ом}] - \text{характеристическое сопротивление среды,}$$

заполняющей волновод.

Электромагнитное поле распространяющейся волны E_{mn} имеет компоненты:

$$\dot{E}_z = E_0^{mn} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{E}_x = -j E_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{E}_y = -j E_0^{mn} \cdot \frac{\beta^{mn}}{(k_{\perp}^{mn})^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{H}_x = -\dot{E}_y / Z_E^{mn}, \quad \dot{H}_y = \dot{E}_x / Z_E^{mn}, \quad \dot{H}_z = 0,$$

где $Z_E^{mn} = Z_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}$ - характеристическое сопротивление волновода с волной E_{mn} .

Другие параметры распространяющихся E_{mn} или H_{mn} волн рассчитываются по следующим формулам:

- длина волны в волноводе $\lambda_{\text{в}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}},$

- коэффициент фазы (или постоянная распространения)

$$\beta^{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}^{mn}}, \quad \left[\frac{1}{\text{м}} \right]$$

- фазовая скорость волны в волноводе

$$V_{\phi_B} = \frac{V_{\phi}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}}, \text{ где } V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \left[\frac{м}{с} \right],$$

- групповая скорость волны в волноводе:

$$V_{грв} = V_{\phi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{mn}} \right)^2}, \left[\frac{м}{с} \right].$$

Мощность, переносимая волной любого типа в волноводе вычисляется интегрированием продольной составляющей вектора Пойнтинга по поперечному сечению волновода:

$$P_{ср} = \frac{1}{2} \int_{S_{\perp}} \mathbf{Re} \left[\dot{\vec{E}}_{\perp}, \vec{H}_{\perp}^* \right] \vec{ds}, [\text{Вт}],$$

где $E_{\perp}, H_{\perp}$ - поперечные к оси z компоненты электромагнитной волны.

Для основной волны H_{10} прямоугольного волновода:

$$P_{ср} = \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}}{4 \cdot Z_c} \cdot E_0^2,$$

где E_0 - максимальная напряженность электрического поля в волноводе, связанная с амплитудой H_0 выражением

$$E_0 = -\frac{240 \cdot \pi \cdot a}{\lambda \cdot \sqrt{\epsilon}} \cdot H_0.$$

Максимальная переносимая мощность в волноводе определяется напряженностью электрического поля пробоя диэлектрика, заполняющего волновод. Для сухого воздуха при нормальном давлении напряженность пробоя $E_{проб} = 30 \text{ кВ/см}$.

Коэффициент затухания волны в волноводе равен сумме коэффициентов затухания, обусловленных потерями в металлических стенках волновода и в диэлектрике, заполняющем волновод:

$$\alpha = \alpha_M + \alpha_D.$$

Для волны типа H_{10}

$$\alpha_M = \frac{R_s \cdot \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right]}{Z_c \cdot b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}} \quad \left[\frac{1}{M} \right].$$

Для волн типа H_{mn} ($m > 1, n \geq 1$):

$$\alpha_M = \frac{2 R_s}{Z_c \cdot b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}} \left\{ \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right] \frac{\frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} n^2 + m^2 \right)}{\frac{b^2 n^2}{a^2} + m^2} \right\} \quad \left[\frac{1}{M} \right]$$

где $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}}$ - активное поверхностное сопротивление металла с проводимостью σ .

Для волн типа E_{mn}

$$\alpha_M = \frac{2 \cdot R_s \left[n^2 \left(\frac{b}{a} \right)^3 + m^2 \right]}{Z_c \cdot b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2 \left[n^2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + m^2 \right]}} \quad \left[\frac{1}{M} \right].$$

Коэффициент затухания, обусловленный потерями в диэлектрике с комплексной диэлектрической проницаемостью

$$\dot{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_\alpha (1 - j \operatorname{tg} \delta)$$

вычисляется по формуле:

$$\alpha_d = \frac{\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \delta \cdot \frac{Z_B}{Z_c} \quad \left[\frac{1}{M} \right],$$

где Z_B - характеристическое сопротивление волновода:

$$Z_B = Z_E^{mn} \quad - \quad \text{для волн типа } E_{mn},$$

$$Z_{\text{в}} = Z_{\text{H}}^{mn} - \text{ для волн типа } H_{mn}.$$

Основной волной прямоугольного волновода является волна H_{10} (при условии $a > b$). Для волн H_{10} $\lambda_{\text{кр}} = 2a$.

Задачи

1.1. Какие типы волн могут распространяться в заполненном воздухом прямоугольном волноводе сечением 10x4 см при частоте $f = 5$ ГГц?

1.2. Размеры поперечного сечения прямоугольного волновода $a = 2$ см, $b = 1$ см. Перечислить типы волн, способные переносить энергию по волноводу, если $f = 10, 20, 30$ ГГц (внутренняя среда - воздух).

1.3. Какие типы волн могут распространяться в квадратном волноводе со стороной 1 см при частоте 10 ГГц? Волновод заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью $\epsilon = 2,6$.

1.4. Определить критическую длину волны, критическую частоту и длину волны в прямоугольном волноводе для основного типа H_{10} . Размеры поперечного сечения волновода 23x10 мм. Частота колебаний 10 ГГц (внутренняя среда - воздух).

1.5. Определить критическую длину волны, критическую частоту и длину волны в прямоугольном волноводе для волны типа E_{11} . Размеры поперечного сечения 4x3 см. Частота колебаний 10 ГГц.

1.6. Прямоугольный волновод сечением 23x10 мм заполнен диэлектриком ($\epsilon = 2,25$, $\sigma = 0$, $\mu = 1$). Частота колебаний 8,4 ГГц. Определить фазовую скорость и длину волны основного типа колебаний.

1.7. Определить размеры поперечного сечения квадратного волновода, в котором при частоте 4 ГГц может распространяться лишь низшая волна электрического типа.

1.8. Определить размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, при которых может распространяться лишь основной тип волны. Длина волны генератора 10 см.

1.9. Длина волны в волноводе при работе на основном типе волны составляет 4,5 см. Размеры поперечного сечения волновода 2,6x1,3 см. Найти частоту передаваемых колебаний.

1.10. Фазовая скорость волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе равна $5c$, где c - скорость света. Определить размеры волновода, если длина волны в свободном пространстве равна 10 см.

1.11. Найти групповую скорость волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением 72x34 мм при частоте поля 3 ГГц.

1.12. В волноводе, заполненном диэлектриком с относительной проницаемостью $\varepsilon = 2,25$, распространяется волна с фазовой скоростью 3×10^8 м/с. Определить групповую скорость.

1.13. Найти фазовую скорость волны в металлическом волноводе, заполненном воздухом, если скорость распространения энергии составляет $1,8 \times 10^8$ м/с.

1.14. Выбрать размеры медного прямоугольного волновода для передачи сигнала в полосе частот от 3,2 до 4,0 ГГц в одномодовом режиме. Для волновода длиной $L = 100$ м найти разницу времени прохождения сигнала для крайних частот рабочей полосы. Учесть, что нижняя рабочая частота выбирается больше критической не менее, чем на 15%.

1.15. Определить характеристическое сопротивление для волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением 72x34 мм при частоте колебаний 3 ГГц.

1.16. Прямоугольный волновод сечением 23x10 мм заполнен диэлектриком и работает на основном типе волны. Определить диэлектрическую проницаемость исследуемого вещества, если при частоте сигнала 10 ГГц длина волны в волноводе равна 22,6 мм.

1.17. Волна типа H_{01} в прямоугольном волноводе при работе возбуждающего генератора на длине волны 10 см вчетверо короче, чем при работе генератора на волне 20 см. Найти размер поперечного сечения волновода.

1.18. В каких точках поперечного сечения прямоугольного волновода напряженность магнитного поля равна нулю для волн типа $H_{01}, H_{02}, H_{10}, H_{11}, H_{12}, E_{11}, E_{12}$?

1.19. В каких точках поперечного сечения прямоугольного волновода напряженность электрического поля равна нулю для волн типа $H_{01}, H_{02}, H_{10}, H_{11}, H_{12}, E_{11}, E_{12}$?

1.20. Записать поле бегущей волны H_{10} и начертить структуру поля в поперечном и продольном сечениях прямоугольного волновода.

1.21. Начертить картину поверхностных токов на стенках прямоугольного волновода для бегущей волны H_{10} и указать положение излучающих и неизлучающих щелей.

1.22. Нарисовать картину полей в поперечном и продольном сечениях прямоугольного волновода для волн типа H_{30} и H_{02} .

1.23. Начертить картину токов на стенках прямоугольного волновода для волн типа H_{30} и H_{02} и указать положение излучающих и неизлучающих щелей.

1.24. Начертить распределение полей в поперечном и продольном сечениях квадратного волновода для волн H_{11} и E_{11} .

1.25. В каких точках сечения прямоугольного волновода с волной типа H_{10} вектор напряженности магнитного поля имеет круговую поляризацию?

В какой плоскости будет вращаться вектор? Сечение волновода 7,2х3,4 см, длина волны генератора 10 см.

1.26. В каких точках сечения прямоугольного волновода с волной H_{10} вектор напряженности магнитного поля имеет линейную поляризацию?

1.27. Какая максимальная мощность может быть передана по прямоугольному волноводу сечением 23х10 мм, работающему на частоте 10 ГГц? Волновод заполнен воздухом, предельно допустимое значение напряженности электрического поля 30 кВ/см.

1.28. Вдоль прямоугольного волновода сечением 50х25 мм, работающего на волне H_{10} , передается средняя мощность 10 кВт. Частота колебаний 5,5 ГГц. Определите амплитуду вектора напряженности электрического поля на оси волновода, а также максимальное значение поверхностной плотности тока на стенках.

1.29. Медный волновод сечением 7,2х3,4 мм заполнен диэлектриком с параметрами $\epsilon=2,56$, $\text{tg}\delta=10^{-3}$. В волноводе распространяется волна типа H_{10} . Длина волны генератора 1,8 см. Определить погонное затухание.

1.30. Определить затухание волны типа H_{10} в отрезке прямоугольного медного волновода сечением 23х10 мм длиной 10 см на частоте 8 ГГц.

1.31. Определить погонное затухание волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением 72х34 мм при частоте поля 3 ГГц. Материал стенок волновода - медь.

1.32. При какой частоте поля затухание волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением 23х10 мм минимально? Определить величину этого затухания, если стенки волновода посеребрены.

1.33. В прямоугольном волноводе сечением 4х2 см распространяется волна типа H_{10} . Определить диапазон частот, в пределах которого затухание волны превышает минимальное значение не более чем на 30 %.

1.34. В прямоугольном волноводе сечением 20х10 мм, заполненном диэлектриком с параметрами $\epsilon=2,1$, $\text{tg}\delta=4\cdot10^{-4}$, распространяется волна основного типа. Материал стенок волновода - медь. При какой частоте поля суммарное затухание будет минимальным? Найти величину минимального затухания и оценить относительную долю потерь в металле и в диэлектрике.

1.35. Для передачи колебаний с частотой 10 ГГц применяется волновод квадратного сечения 50х50 мм. При использовании какого типа волны получается наименьшее затухание? Найти соответствующее погонное затухание, если волновод изготовлен из латуни.

1.36. Определить координаты точек поперечного сечения стандартного прямоугольного волновода, в которых вероятнее всего начнется пробой при недопустимом увеличении мощности СВЧ колебаний внутри волновода на волнах типов H_{01} и H_{11} .

1.37. Для волны H_{10} , распространяющейся в прямоугольном волноводе, записать и построить графики распределения среднего значения продольной составляющей вектора Пойнтинга от поперечных координат.

1.38. Для волны H_{20} , распространяющейся в прямоугольном волноводе, записать и построить графики распределения среднего значения продольной составляющей вектора Пойнтинга от поперечных координат.

1.39. В прямоугольном волноводе $a = 5$ см, $b = 2$ см синфазно возбуждаются волны типов H_{10} и H_{20} . Частота поля 16 ГГц. На каком расстоянии от точки возбуждения разность фаз между возбуждаемыми волнами изменится на 180° ?

1.40. Для возбуждения волны типа H_{01} в полубесконечном прямоугольном волноводе указать координаты расположения продольной полуволновой щели. Указать на схеме относительные размеры, определяющие положение центра щели на стенке волновода, при котором мощность, излучаемая щелью внутрь волновода, будет максимальной.

1.41. Показать, что в центре системы замкнутых магнитных силовых линий поля H_{10} (прямоугольный волновод) находится максимум тока смещения, хотя максимум электрического поля сдвинут по оси z на $\lambda_B/4$.

1.42. Размеры стенок прямоугольного металлического волновода удовлетворяют неравенствам $a \gg \lambda$, $b \gg \lambda$, согласно чему по данному волноводу одновременно могут распространяться волны всевозможных типов. Докажите, что число распространяющихся типов волн можно вычислить по асимптотической формуле $N \sim 2ab/\lambda^2$.

1.43. Покажите, что в прямоугольном волноводе при $f \rightarrow \infty$ все волны становятся волнами Т-типа.

1.44. Вычислить предельную мощность, которая может распространяться по волноводу сечением 72x20 мм на колебаниях H_{10} и H_{20} . Мощность ограничена электрическим пробоем. Частота колебаний на 10% выше критической частоты для волны H_{20} .

1.45. По прямоугольному волноводу размером 23x10 мм на частоте 10 ГГц распространяется волна основного типа, мощность которой равна 10 кВт. Определить максимальную напряженность электрического поля волны и рассчитать коэффициент запаса по отношению к предельной мощности, ограниченной электрическим пробоем.

2. КРУГЛЫЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД

В круглом металлическом волноводе с однородным диэлектрическим заполнением могут распространяться магнитные волны H_{mn} и электрические волны E_{mn} ($m=0,1,2,\dots$, $n=1,2,3,\dots$). Конкретный тип волны в волноводе будет распространяться при условии:

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} > \lambda, \quad f_{\text{кр}}^{mn} < f,$$

где $\lambda_{\text{кр}}^{mn}$ - критическая длина волны, а $f_{\text{кр}}^{mn}$ - критическая частота данного типа колебания.

Для волн типа H_{mn} в круглом волноводе:

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} = 2\pi a / \eta_{mn},$$

где η_{mn} - n -й корень уравнения $\left. \frac{d}{dr} \mathbf{J}_m(k_{\perp} r) \right|_{r=a} = 0$. Здесь J_m - функция Бесселя m -го порядка, a - радиус волновода.

Для волн типа E_{mn} :

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} = 2\pi a / \xi_{mn},$$

где ξ_{mn} - n -й корень уравнения $\mathbf{J}_m(k_{\perp} a) = 0$.

Значения η_{mn} и ξ_{mn} приведены в Приложении.

Электромагнитное поле распространяющейся волны типа H_{mn} имеет компоненты:

$$\dot{H}_z = H_0^{mn} \cdot \mathbf{J}_m\left(\frac{\eta_{mn} r}{a}\right) \cdot \cos m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z},$$

$$\dot{H}_r = -jH_0^{mn} \frac{\beta^{mn}}{(\eta_{mn}/a)} \cdot \mathbf{J}'_m\left(\frac{\eta_{mn} r}{a}\right) \cdot \cos m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z},$$

$$\dot{H}_{\varphi} = jH_0^{mn} \frac{\beta^{mn}}{(\eta_{mn}/a)^2} \cdot \frac{m}{r} \cdot \mathbf{J}_m\left(\frac{\eta_{mn} r}{a}\right) \cdot \sin m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z},$$

$$\dot{E}_r = Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_{\varphi}, \quad \dot{E}_{\varphi} = -Z_H^{mn} \cdot \dot{H}_r, \quad \dot{E}_z = 0.$$

Электромагнитное поле распространяющейся волны E_{mn} имеет компоненты:

$$\dot{E}_z = E_0^{mn} \cdot \mathbf{J}_m\left(\frac{\xi_{mn} r}{a}\right) \cdot \cos m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z},$$

$$\dot{E}_r = -jE_0^{mn} \frac{\beta^{mn}}{(\xi_{mn}/a)} \cdot \mathbf{J}'_{mn}\left(\frac{\xi_{mn} r}{a}\right) \cdot \cos m\varphi \cdot e^{-j\beta^{mn} z},$$

$$\dot{E}_\varphi = jE_0^{mn} \frac{\beta^{mn}}{(\xi_{mn}/a)^2} \cdot \frac{m}{r} \cdot \mathbf{J}_{mn}\left(\frac{\xi_{mn}r}{a}\right) \cdot \sin m\varphi \cdot \mathbf{e}^{-j\beta^{mn}z},$$

$$\dot{H}_r = -\dot{E}_\varphi / Z_E^{mn}, \quad \dot{H}_\varphi = \dot{E}_r / Z_E^{mn}, \quad \dot{H}_z = 0.$$

При заданном параметре $\lambda_{\text{кр}}^{mn}$ основные параметры круглого волновода $\lambda_{\text{в}}^{mn}$, β^{mn} , $V_{\text{фв}}^{mn}$, $V_{\text{гfv}}^{mn}$, $P_{\text{ср}}$, Z_H^{mn} , Z_E^{mn} , $\alpha_{\text{д}}$ вычисляются по тем же формулам, что и в прямоугольном волноводе. Коэффициент затухания, обусловленный потерями в металлических стенках круглого волновода, вычисляется следующим образом:

Для волн типа H_{mn}

$$\alpha_{\text{м}} = \frac{R_s}{Z_c \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}^{mn}}\right)^2}} \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}^{mn}}\right)^2 + \frac{m^2}{\eta_{mn}^2 - m^2} \right], \quad \left[\frac{1}{\text{м}} \right].$$

Для волн типа E_{mn}

$$\alpha_{\text{м}} = \frac{R_s}{Z_c \cdot a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}^{mn}}\right)^2}}, \quad \left[\frac{1}{\text{м}} \right].$$

Основным типом волны в круглом волноводе является волна H_{11} с наибольшей критической длиной волны $\lambda_{\text{кр}} = 3,41a$. Ближайшим высшим типом является волна E_{01} ($\lambda_{\text{кр}} = 2,61a$). Рабочий диапазон частот в одномодовом режиме определяется условием:

$$f_{\text{кр}}^{H_{11}} < f < f_{\text{кр}}^{E_{01}}.$$

Мощность, переносимая волной H_{11} , вычисляется по формуле:

$$P_{\text{ср}} = \frac{\pi \cdot a \cdot E_0^2}{4,28 \cdot Z_c} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,41 \cdot a}\right)^2},$$

где E_0 - максимальная напряженность электрического поля в волноводе. Для сухого воздуха при нормальном давлении $E_0 = 30$ кВ/см.

Задачи

2.1. Какие типы волн могут распространяться в заполненном воздухом круглом волноводе диаметром 3 см при частоте 7,5 ГГц?

2.2. Определить типы волн круглого волновода радиусом $a=1$ см (внутренняя среда - воздух), способные переносить энергию при $f=10, 20, 30$ ГГц.

2.3. Какую низшую частоту можно возбудить в круглом волноводе, радиус которого равен 2 см?

2.4. Определить диапазон частот, в пределах которого в круглом волноводе диаметром 4 см может распространяться только основной тип волны.

2.5. В круглом волноводе, заполненном диэлектриком с $\varepsilon=4$, $\mu=1$, возбуждены на одной частоте две волны H_{11} и E_{01} . Сравните эту частоту с критическими частотами этих типов волн.

2.6. В круглом волноводе приняты меры, чтобы волна типа H_{11} не возбуждалась. Определить радиус волновода, при котором может распространяться только волна типа E_{01} . Частота колебаний 9300 МГц.

2.7. Определить радиус волновода, если фазовая скорость волны типа E_{01} при частоте поля 10 ГГц равна 5×10^8 м/с.

2.8. Генератор нагружен на круглый волновод и работает на частоте f . В круглом волноводе распространяются волны H_{11} , E_{01} , H_{01} . Сравните длины волн этих типов в волноводе.

2.9. В круглом волноводе распространяется волна типа E_{01} . Частота поля 10 ГГц, длина волны в волноводе 4 см. Вычислить групповую скорость.

2.10. Имеются два круглых волновода. Первый имеет диаметр $2a$, полый. Второй имеет диаметр a и заполнен диэлектриком с $\varepsilon=4$, $\mu=1$. Сравните длины волн в волноводах, работающих на одной частоте на одноименных типах волн.

2.11. В круглом волноводе диаметром 5 см, заполненном диэлектриком, распространяется волна типа H_{11} . Частота колебаний 3 ГГц. Определить диэлектрическую проницаемость вещества, заполняющего волновод, если фазовая скорость волны равна скорости света в свободном пространстве.

2.12. Определить характеристическое сопротивление волны типа E_{01} в круглом волноводе диаметром 30 мм при длине волны генератора 3,2 см.

2.13. В круглом волноводе возбуждены две волны H_{11} и E_{01} . Измерения показали, что $\lambda_{\varepsilon}^{11} = \lambda_{\text{в}}^{01}$. Сравнить частоты волн.

2.14. Круглый металлический волновод диаметром 50,8 мм возбуждается генератором с частотой $f=14$ ГГц. Проверить возможность распространения волны типа E_{12} . Вычислить длину волны и фазовую скорость.

2.15. Линия связи представляет собой круглый волновод, работающий на волне типа H_{01} . Длина линии 10 км. По линии передается сигнал в виде последовательности гауссовых радиоимпульсов $E(t)=E_0 \exp(-t^2/\tau^2) \cos \omega t$ при $\tau=20$ нс. Несущая частота сигнала 37,5 ГГц. Выбрать диаметр волновода так, чтобы разлечение времени запаздывания не превышало величины τ . Ширину спектра определять на уровне 0,1 от максимального значения.

2.16. Определить частоту колебаний, передаваемых по круглому волноводу диаметром 3 см, если затухание волны основного типа на длине линии 40 см составляет 60 дБ.

2.17. Определить погонное затухание волны типа E_{01} в круглом волноводе диаметром 8 мм. Длина волны генератора 10 мм. Удельная проводимость материала стенок волновода $1,4 \times 10^7$ См/м.

2.18. Для дальней волноводной связи было предложено использовать круглые волноводы, работающие на волне типа H_{01} . Определить затухание волны типа H_{01} в волноводе с медными стенками диаметром 50 мм при длине волны генератора 8 мм.

2.19. При какой длине волны погонное затухание волны типа H_{01} в круглом волноводе диаметром 50 мм составит 5 дБ/км? Чему будет равно при этом затухание волны типа H_{11} ? Материал стенок волновода - медь.

2.20. В круглом незаполненном волноводе диаметром 25 мм при длине волны генератора 3 см погонное затухание волны типа E_{01} составляет 0,4 дБ/м. Если тот же волновод заполнить диэлектриком с относительной проницаемостью 2,25, то затухание будет равно 1,5 дБ/м. Определить $\tan \delta$ диэлектрика. При расчете учесть, что потери в металлических стенках заполненного и незаполненного волноводов различны.

2.21. Известно, что волновод имеет погонное затухание 0,3 дБ/м. Определить отношение напряженностей электрического поля на входе и выходе при длинах волновода $L_1 = 2$ м и $L_2 = 60$ м.

2.22. В круглом волноводе диаметром 3 см распространяется волна типа H_{11} , частота колебаний 7,5 ГГц, передаваемая мощность 50 кВт. Определить максимальное значение напряженности электрического поля в волноводе.

2.23. Определить предельно допустимую мощность, передаваемую волной типа E_{01} в круглом волноводе радиусом $a=25$ мм, работающем на длине волны $\lambda = 40$ мм. Максимально допустимая напряженность электрического поля на оси волновода $E_{max}=3 \cdot 10^6$ В/м.

2.24. Записать поле бегущей волны H_{11} и начертить структуру поля в поперечном и продольных сечениях круглого волновода.

2.25. Записать поле бегущей волны E_{01} и начертить структуру поля в поперечном и продольных сечениях круглого волновода.

2.26. Записать поле бегущей волны H_{01} и начертить структуру поля в поперечном и продольных сечениях круглого волновода.

2.27. Радиус круглого волновода $a=15$ мм, длина волны возбуждающего генератора $\lambda_0=32$ мм, тип волны E_{01} . Амплитуда продольной проекции вектора напряженности электрического поля на оси волновода $E_z = 7 \cdot 10^2$ В/м. Найти амплитудное значение радиальной проекции электрического вектора на стенке волновода.

2.28. Используя данные задачи 2.27 вычислить величину амплитуды азимутальной проекции вектора напряженности магнитного поля на стенке круглого волновода.

2.29. Волна типа H_{01} распространяется в круглом волноводе с некоторым радиусом a . Определить, на каком расстоянии от оси волновода напряженность электрического поля максимальна.

2.30. В круглом волноводе диаметром 5 см синфазно возбуждаются волны типов H_{11} и E_{01} . Частота поля 10 ГГц. На каком расстоянии от точки возбуждения разность фаз между возбуждаемыми волнами изменится на 180 градусов.

2.31. Начертить картину поверхностных токов на стенках круглого волновода для бегущей волны H_{11} и указать положение излучающих и неизлучающих щелей.

2.32. Начертить картину поверхностных токов на стенках круглого волновода для бегущей волны E_{01} и указать положение излучающих и неизлучающих щелей.

2.33. Начертить картину поверхностных токов на стенках круглого волновода для бегущей волны H_{11} и указать положение излучающих и неизлучающих щелей.

2.34. Начертить схему возбуждения волны типа H_{11} в полубесконечном круглом волноводе с помощью продольной полуволновой щели. Указать на схеме возбуждения размеры в длинах волн, определяющие положение центра щели на стенке волновода, при котором мощность, излучаемая щелью, будет максимальной.

2.35. Покажите, что в круглом волноводе при $f \rightarrow \infty$ все волны становятся Т-волнами.

2.36. В короткозамкнутом круглом волноводе возбуждены две волны: H_{11} и E_{01} . На какую из волн может реагировать узкая радиальная щель на коротко замыкающей стенке?

2.37. Можно ли возбудить волну H_{11} в короткозамкнутом круглом волноводе с помощью штыря, установленного в центре короткозамыкателя?

2.38. По круглому медному волноводу, заполненному воздухом и имеющем радиус 3,5 см, осуществляется передача электромагнитной энергии на частоте 5,75 ГГц. Вычислить затухание в волноводe длиной 100 м и его КПД для двух типов волн: H_{01} и E_{11} .

2.39. Подберите диаметр круглого волновода, чтобы диапазон рабочих частот плавного перехода от прямоугольного волновода к круглому был максимален. Оба волновода работают на основных типах колебаний. Размер прямоугольного волновода 23x10 мм.

2.40. Определить значение радиальной координаты r , которая соответствует максимальной плотности потока мощности волны E_{01} круглого волновода. Диаметр волновода 36 мм. Частота колебаний на 15% выше критической частоты волны E_{01} . Качественно построить график плотности потока мощности волны E_{01} от радиальной координаты r .

2.41. Круглый волновод работает на колебании H_{01} . Вычислить КПД линии передачи длиной 1 км, если частота колебаний 10 ГГц, а диаметр волновода выбран на 10 % больше критического для этого типа волны. Стенки волновода медные. Чему равен КПД рассмотренного волновода на основном типе колебаний? Сравнить время, за которое волна пройдет весь волновод на этих колебаниях.

3. КОАКСИАЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

Основной волной в коаксиальном волноводe является волна типа Т. Критическая частота волны этого типа равна нулю. Компоненты поля записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= \frac{\dot{U}}{\ln(D/d)} \cdot \frac{1}{r} \cdot e^{-j\beta z}, & \left[\frac{B}{m} \right], \\ \dot{H}_\varphi &= \dot{E}_r / Z_T, & \left[\frac{A}{m} \right]. \end{aligned}$$

Здесь Z_T - характеристическое сопротивление линии с волной типа Т.

$$Z_T = Z_C = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = 120 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad [\text{Ом}].$$

Погонная индуктивность коаксиальной линии:

$$L_1 = \frac{\mu_a}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right), \quad \left[\frac{\text{Гн}}{m} \right].$$

Погонная емкость:

$$C_1 = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_a}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}, \left[\frac{\Phi}{\text{м}} \right].$$

Волновое сопротивление коаксиальной линии:

$$\rho = 60 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) = 138 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \lg\left(\frac{D}{d}\right), [\text{Ом}].$$

Переносимая мощность:

$$P = \frac{U^2}{120} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{1}{\ln(D/d)}}, [\text{Вт}].$$

Максимальное напряжение в линии зависит от напряженности электрического поля пробоя:

$$U_{\text{max}} = E_{\text{проб}} \cdot \frac{D}{2} \cdot \ln(D/d), [\text{В}].$$

Коэффициент затухания, обусловленный потерями в диэлектрике линии,

$$\alpha_{\text{д}} = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \text{tg} \delta = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot \text{tg} \delta, \left[\frac{1}{\text{м}} \right].$$

Коэффициент затухания, обусловленный неидеальной проводимостью стенок волновода:

$$\alpha_{\text{м}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \frac{R_{S1}/d + R_{S2}/D}{420\pi \ln(D/d)}, \left[\frac{1}{\text{м}} \right],$$

где R_{S1} и R_{S2} - поверхностные сопротивления металла внутреннего и внешнего цилиндров волновода, которые можно определить по формуле:

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2 \sigma_m}}, [\text{Ом}].$$

Критическая длина волны первого высшего типа колебания H_{11} коаксиального волновода $\lambda_{\text{кр}} \approx \frac{\pi}{2} \cdot (D + d)$.

Задачи

3.1. Рассчитать погонные параметры и волновое сопротивление коаксиального кабеля марки РК-75-9-12. Параметры кабеля: диаметр внутреннего провода 1,35 мм, диаметр внешнего проводника 9,0 мм, относительная проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2,2$.

3.2. Найти отношение между внешним и внутренним диаметрами коаксиальной линии передачи с волной типа T , при котором будет минимальное затухание, считая, что потери в диэлектрике отсутствуют.

3.3. Волновое сопротивление коаксиальной линии передачи на волне типа T равно 60 Ом. Диэлектрик - воздух. Определить погонные индуктивность и емкость, а также скорость распространения волны в линии.

3.4. Определить предельные размеры коаксиальной линии передачи, при которых может распространяться только волна типа T . Длина волны передаваемых колебаний 15 см, волновое сопротивление 50 Ом. Диэлектрик - воздух.

3.5. Для коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 5$ мм, $D = 11$ мм вычислить частоту, до которой волны высших типов не распространяются. Как изменится значение частоты, если коаксиальную линию заполнить диэлектриком с $\varepsilon = 2,1$?

3.6. В коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 2,1$ мм, $D = 7,3$ мм распространяется волна типа T . Частота колебаний 3 ГГц. Относительная проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2,2$. Записать выражения для мгновенных значений векторов поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ при условии, что амплитуда напряжения между цилиндрами равна 1 кВ. Потерями в линии пренебречь. Определить фазовую скорость и длину волны в линии. Построить картину силовых линий поля.

3.7. По коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 12$ мм, $D = 28$ мм на волне типа T передается мощность 100 кВт. Диэлектрик - воздух. Определить амплитуду тока в линии.

3.8. В коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 4,5$ мм, $D = 12$ мм (диэлектрик - воздух) существует ток с амплитудой 1 А. Определить амплитудные значения напряженности электрического и магнитного полей волны типа T на поверхностях внутреннего и наружного цилиндров.

3.9. По коаксиальной линии передачи, диаметр внутреннего цилиндра которой $d = 2$ мм, на волне типа T передается мощность 10 Вт. Волновое сопротивление линии 60 Ом. Относительная проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2,2$. Найти максимальные значения напряженности электрического и магнитного полей в линии.

3.10. В коаксиальной линии передачи распространяется бегущая волна типа T , переносящая мощность P . Построить зависимость максимальной напряженности электрического поля в линии от диаметра внутреннего провода d при заданных значениях D и P .

При каком значении d/D имеет место минимальная величина E_{max} и какому волновому сопротивлению при воздушном заполнении линии это соответствует?

3.11. В коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 2$ мм, $D = 10$ мм распространяется волна типа T . Диэлектрик - воздух. Определить амплитуды поверхностной плотности тока на цилиндрических поверхностях линии, если известно, что амплитуда напряжения между цилиндрами 20 В. Рабочая частота $3 \cdot 10^9$ Гц.

3.12. В коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 9$ мм, $D = 21$ мм распространяется волна типа T . Определить предельную передаваемую мощность, если пробой происходит при напряженности электрического поля 30 кВ/см. Диэлектрик - воздух.

3.13. В согласованную нагрузку, подключенную на выходе коаксиальной линии передачи длиной 10 м с размерами поперечного сечения $d = 4,68$ мм, $D = 11,7$ мм должна поступить мощность 1 кВт. Линия выполнена из меди. Частота передаваемых колебаний 3 ГГц. Рассчитать мощность, поступающую от источника на вход линии, а также амплитуду напряжения на входе линии.

3.14. Коаксиальная линия передачи с размерами поперечного сечения $d = 19$ мм, $D = 40$ мм служит для передачи мощности 10 кВт. Длина волны генератора 50 см. Определить мощность, которая будет выделяться на участке длиной 1 м, прилегающем к генератору, если линия изготовлена из латуни. Диэлектрик - воздух.

3.15. В коаксиальной линии передачи распространяется волна типа T . Для фиксированной частоты колебаний построить зависимость затухания за счет потерь в металле от отношения D/d . Внутренний диаметр наружного проводника, а также параметры материала, из которого выполнена линия, считать известными. Внутренний и внешний проводники выполнены из одинаковых материалов.

3.16. В качестве линии передачи используется коаксиальный кабель марки РК-75-4-11 длиной 10 м с размерами поперечного сечения $d = 0,72$ мм, $D = 4,8$ мм. Кабель изготовлен из меди. Диэлектрик имеет параметры $\epsilon = 2,2$, $\operatorname{tg} \delta = 5 \cdot 10^{-4}$. Частота передаваемых колебаний 3 ГГц. Определить к.п.д. системы. Как изменится к.п.д., если частоту передаваемых колебаний увеличить в четыре раза?

3.17. В каких пределах можно изменять отношение D/d в коаксиальной линии передачи, чтобы затухание отличалось не более чем на 10% от минимального? Диэлектрик - воздух.

3.18. Построить график зависимости суммарного и частичных коэффициентов затухания волны типа T за счет потерь в металле и диэлектрике от частоты для коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 2,72$ мм, $D = 16$ мм. Проводники выполнены из меди. Диэлектрик - полиэтилен. Частота поля 0,1 - 6 ГГц.

3.19. Рассчитать конструкцию коаксиальной линии передачи с волновым сопротивлением 50 Ом и максимальной передаваемой мощностью 10 кВт.

Диэлектрик заполнения - полиэтилен, экран и центральный проводник выполнены из меди. Определить КПД рассчитанной линии, если ее длина равна 100 м. Частота 100 МГц.

3.20. При каком напряжении между центральным проводником и экраном кабеля РК75-9-13 может наступить электрический пробой на частоте 200 МГц? Волновое сопротивление кабеля 75 Ом, диаметр экрана 9 мм. Заполнение - полиэтилен. Металл - медь.

3.21. Рассчитать КПД коаксиальной линии длиной 20 м, имеющей волновое сопротивление 75 Ом и диаметр внешней оплетки экрана 4 мм на частоте 500 и 100 МГц. Диэлектрик имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon=2,2$ и $\operatorname{tg} \delta=5 \cdot 10^{-4}$.

3.22. Рассчитать коаксиальную линию с воздушным заполнением, зная, что ее волновое сопротивление должно быть 75 Ом, а пробивное напряжение 25 кВ.

4. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР

Резонансная частота колебаний H_{mnp} или E_{mnp} прямоугольного резонатора рассчитывается по формуле:

$$f_0 = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} / \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad \omega_0 = 2\pi \cdot f_0,$$

где a - длина резонатора вдоль оси X,

b - длина резонатора вдоль оси Y,

l - длина резонатора вдоль оси Z,

m - число вариаций поля по оси X,

n - число вариаций поля по оси Y,

p - число вариаций поля по оси Z,

c - скорость света,

ε - относительная диэлектрическая проницаемость заполнения,

μ - относительная магнитная проницаемость заполнения.

Составляющие колебания H_{mnp} вычисляются следующим образом:

$$\dot{E}_x = j \omega_0 \cdot \mu_a \cdot \frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z,$$

$$\dot{E}_y = -j\omega_0 \mu_a \cdot \frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_z = 0$$

$$\dot{H}_x = -\frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_y = -\frac{H_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_z = H_0^{mn} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z ,$$

где $k_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ - поперечное волновое число.

Составляющие векторов поля колебания типа E_{mnp} :

$$\dot{H}_x = j\omega_0 \cdot \varepsilon_a \cdot \frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z ,$$

$$\dot{H}_y = -j\omega_0 \cdot \varepsilon_a \cdot \frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{H}_z = 0$$

$$\dot{E}_x = -\frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_y = -\frac{E_0^{mn}}{k_{\perp}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot \frac{p\pi}{l} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot \sin \frac{p\pi}{l} z$$

$$\dot{E}_z = E_0^{mn} \cdot k_{\perp}^2 \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y \cdot \cos \frac{p\pi}{l} z$$

Добротность прямоугольного объемного резонатора:

$$Q = 2\pi \cdot f_0 \cdot \frac{W^{\text{Э,М}}}{P_{\text{ср.пот.}}},$$

где $W^{\text{Э}} = \iiint_V \frac{\varepsilon_a \cdot |\dot{E}|^2}{4} dv$ - запасенная в резонаторе энергия электрического поля,

$$W^{\text{М}} = \iiint_V \frac{\mu_a \cdot |\dot{H}|^2}{4} dv$$
 - запасенная в резонаторе энергия магнитного поля,

$$P_{\text{ср.пот.}} = P_{\text{ср.пот.}}^{\text{Д}} + P_{\text{ср.пот.}}^{\text{М}}.$$

$$P_{\text{ср.пот.}}^{\text{Д}} = \iiint_V \frac{\sigma \cdot |\dot{E}|^2}{2} dv$$
 - мощность потерь, обусловленная

проводимостью заполняющего резонатор диэлектрика.

$$P_{\text{пот.}}^{\text{М}} = \frac{R_s}{2} \cdot \oint_S |\dot{H}_{\tau}|^2 ds$$
 - мощность потерь, обусловленная

неидеальной проводимостью стенок резонатора. Интегрирование ведется по поверхности стенок резонатора.

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_a}{2 \cdot \sigma}}$$
 - активное поверхностное сопротивление

металла с проводимостью σ .

$\dot{H}_{\tau}(x, y, z)$ - тангенциальная компонента магнитного поля вблизи стенки резонатора.

Потери в резонаторе приводят к уменьшению запасенной энергии по закону:

$$W(t) = W_0 \cdot e^{-\frac{\omega_0 t}{Q}},$$

где W_0 - энергия резонатора в начальный момент времени t_0 .

Для пустого резонатора, работающего на колебании H_{101} , добротность

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot \mu_a}{2 R_s} \cdot \frac{abl \cdot (a^2 + l^2)}{a^3 \cdot (l + 2b) + l^3 \cdot (a + 2b)}.$$

Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, то результирующая добротность

$$Q = \frac{1}{1/Q_M + \operatorname{tg} \delta},$$

где Q_M - добротность резонатора, обладающего лишь потерями в металлических стенках; $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла потерь вещества, заполняющего резонатор.

Задачи:

4.1. Определить резонансную длину волны основного типа колебания в кубическом резонаторе со сторонами 2 см.

4.2. Рассчитать длину стороны кубического резонатора, работающего на частоте 9,5 ГГц, если известно, что данное колебание является основным и резонатор заполнен диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=2,1$.

4.3. Какой тип колебания является основным в прямоугольном резонаторе с размерами $a=2$ см, $b=4$ см, $l=3$ см. Определить его резонансную частоту. Какой тип колебания является ближайшим высшим? Найти его резонансную частоту.

4.4. Перестраиваемый резонатор образован отрезком прямоугольного волновода сечением 23x10 мм, внутренний объем которого определяется короткозамыкающей стенкой и перемещаемым поршнем. Определить пределы перемещения поршня для перестройки резонатора в пределах 8 ... 12 ГГц. Тип колебаний H_{101} .

4.5. Стороны прямоугольного объемного резонатора относятся, как 3:2:1. Резонансная частота колебания типа E_{110} равна 8 ГГц. Определить размеры резонатора.

4.6. Определить размеры прямоугольного объемного резонатора, три низшие резонансные частоты которого равны 10, 11 и 12 ГГц.

4.7. Стороны прямоугольного объемного резонатора относятся как 1,0:1,2:1,5. Определить соотношение резонансных частот трех низших колебаний резонатора.

4.8. Прямоугольный объемный резонатор с резонансной длиной волны 3 см на колебании типа H_{102} образован отрезком стандартного

прямоугольного волновода сечением 23×10 мм. Определить длину резонатора.

4.9. Рассчитать размеры прямоугольного объемного резонатора, имеющего резонансные частоты 10 и 15 ГГц. Определить тип этих колебаний.

4.10. Рассчитать размеры прямоугольного объемного резонатора, имеющего низшую резонансную частоту 4 ГГц. Из какого материала следует изготовить стенки резонатора, чтобы его добротность была не менее 10^5 . Резонатор имеет воздушное заполнение.

4.11. Рассчитать первые пять частот прямоугольного объемного резонатора с размерами $2 \times 2 \times 3$ см. Определить тип колебаний этих частот.

4.12. Объемный прямоугольный резонатор изготовлен из алюминия. Как изменится его ненагруженная добротность после покрытия стенок слоем серебра? Дать количественную оценку.

4.13. Прямоугольный объемный резонатор с размерами $a = 5$ см, $b = 3$ см, $l = 6$ см работает на основном типе колебаний. Стенки резонатора посеребрены, резонатор заполнен диэлектриком с параметрами $\varepsilon = 2,3$, $\operatorname{tg} \delta = 4 \cdot 10^{-4}$. Определить резонансную частоту и добротность резонатора. Какова будет добротность резонатора, при отсутствии потерь в диэлектрике?

4.14. Максимальная амплитуда напряженности электрического поля в прямоугольном объемном резонаторе с размерами $a = 20$ см, $b = 10$ см, $l = 30$ см равна 10 В/м. Материал стенок медь. Тип колебания H_{101} . Определить запасенную энергию и мощность потерь в стенках.

4.15. Объемный резонатор используется для измерения диэлектрической проницаемости газа. Определить разрешающую способность измерения, если измерительное устройство позволяет обнаружить смещение резонансной частоты, равное 0,1 полосы пропускания резонатора. Добротность резонатора равна 12000.

4.16. Прямоугольный объемный резонатор имеет размеры $a = 10$ мм, $b = 25$ мм, $l = 40$ мм и заполнен диэлектриком ($\varepsilon = 16$, $\operatorname{tg} \delta = 10^{-3}$). Определить добротность и резонансную частоту резонатора на колебании типа H_{102} . Проводимость стенок считать идеальной. Как изменится резонансная частота и добротность, если в резонаторе возбудить колебание типа H_{101} ?

4.17. Определить максимальную энергию магнитного поля, которая может быть накоплена в прямоугольном полой резонаторе кубической формы с длиной стенок 4 см. Резонатор имеет воздушное заполнение. Рабочее колебание типа E_{110} .

4.18. Найти размеры полого прямоугольного резонатора с резонансной частотой 6 ГГц для поля E_{110} . Все колебания других типов должны иметь собственные частоты не менее 9 ГГц (допускается вырождение этих

колебаний). Начертить структуру поля колебания E_{110} и первого колебания высшего типа рассмотренного резонатора.

4.19. Рассчитать добротность прямоугольного объемного резонатора с резонансной частотой 9 ГГц, если он имеет кубическую форму, заполнен диэлектриком ($\varepsilon = 4$, $\operatorname{tg} \delta = 10^{-4}$) и его стенки выполнены из меди. Известно, что резонатор работает на колебании H_{101} .

4.20. В кубическом резонаторе со стороной a возбуждено колебание H_{101} . Как изменится добротность резонатора, если его размеры уменьшатся в два раза при том же типе колебания. Резонатор заполнен фторопластом ($\varepsilon = 2,08$, $\operatorname{tg} \delta = 2,5 \times 10^{-4}$). Стенки резонатора медные.

4.21. Прямоугольный объемный резонатор, предназначенный для измерения параметров вещества, должен быть разъемным. Чтобы несовершенство контакта не изменяло параметров резонатора, стык не должен пересекать линий тока. Можно ли удовлетворить этому требованию на основном типе колебания? Если можно, то как должна проходить линия стыка частей резонатора?

4.22. Определить низшую собственную частоту и добротность при этой частоте медного резонатора, имеющего форму куба, если грань куба $a=5$ см и резонатор заполнен воздухом.

4.23. СВЧ печь работает на частоте 2,4 ГГц. Размеры прямоугольной камеры 40x30x20 см. Определить число типов колебаний, которые могут возбудиться в камере на рабочей частоте.

5. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР

В цилиндрическом резонаторе могут возбуждаться колебания как электрического, так и магнитного типа.

Колебания типа: E_{mnp} имеют компоненты:

$$\dot{E}_r = -E_0 \cdot \frac{a}{\xi_{mn}} \cdot \frac{p \cdot \pi}{l} \cdot \mathbf{J}_m' \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \cos m\varphi \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{E}_\varphi = -E_0 \cdot \left(\frac{a}{\xi_{mn}} \right)^2 \cdot \frac{m}{r} \cdot \frac{p \pi}{l} \cdot \mathbf{J}_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \sin m\varphi \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{E}_z = E_0 \cdot \mathbf{J}_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \cos m\varphi \cdot \cos \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{H}_r = jE_0 \cdot \left(\frac{a}{\xi_{mn}} \right)^2 \cdot \frac{\omega_0 \varepsilon_a m}{r} \cdot \mathbf{J}_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \sin m\varphi \cdot \cos \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{H}_\varphi = -jE_0 \cdot \frac{a}{\xi_{mn}} \cdot \omega_0 \cdot \varepsilon_a \cdot \mathbf{J}'_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \cos m\varphi \cdot \cos \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{H}_z = 0.$$

Резонансная частота рассчитывается по формуле:

$$f_0^{E mnp} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\xi_{mn}}{\pi \cdot a} \right)^2 + \left(\frac{p}{l} \right)^2} / \sqrt{\varepsilon \cdot \mu},$$

где c - скорость света ($3 \cdot 10^8$ м/сек)

Колебания типа H_{mnp} имеют компоненты:

$$\dot{E}_r = -jH_0 \cdot \left(\frac{a}{\xi_{mn}} \right)^2 \cdot \frac{\omega_0 \mu_a m}{r} \cdot \mathbf{J}_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \sin m\varphi \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{E}_\varphi = jH_0 \cdot \frac{a}{\xi_{mn}} \cdot \omega_0 \cdot \mu_a \cdot \mathbf{J}'_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \cos m\varphi \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{E}_z = 0$$

$$\dot{H}_r = H_0 \cdot \frac{a}{\xi_{mn}} \cdot \frac{p \cdot \pi}{l} \cdot \mathbf{J}'_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \cos m\varphi \cdot \cos \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{H}_\varphi = H_0 \cdot \left(\frac{a}{\xi_{mn}} \right)^2 \cdot \frac{m}{r} \cdot \frac{p \cdot \pi}{l} \cdot \mathbf{J}_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \sin m\varphi \cdot \cos \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

$$\dot{H}_z = H_0 \cdot \mathbf{J}_m \left(\frac{\xi_{mn} \cdot r}{a} \right) \cdot \cos m\varphi \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{l} z \right)$$

Резонансная частота колебания типа H_{mnp} рассчитывается по формуле:

$$f_0^{H mnp} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\eta_{mn}}{\pi \cdot a} \right)^2 + \left(\frac{p}{l} \right)^2} / \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}.$$

Добротность цилиндрического резонатора для произвольного типа колебания может быть рассчитана по общим формулам, приведенным в разделе п.1 для соответствующих компонентов поля.

Для колебаний типа H_{11P} :

$$Q^{H_{11P}} = \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{a \cdot l}{(2a - l) \cdot \left(\frac{P\lambda_0}{2l} \right)^2 + l \cdot \frac{\eta_{11}^2}{\eta_{11}^2 - 1}},$$

Для колебаний типа H_{01P} :

$$Q^{H_{01P}} = \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{a \cdot l}{(2a - l) \cdot \left(\frac{P\lambda_0}{2l} \right)^2 + l}.$$

Для колебаний типа E_{01P}

$$Q^{E_{010}} = \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{l \cdot q}{l + a}, \quad Q^{E_{011}} = \frac{1}{2 \cdot \Delta} \cdot \frac{l \cdot a}{l + a}.$$

Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, то результирующая добротность

$$Q = \frac{1}{1/Q_M + \operatorname{tg} \delta},$$

где Q_M - добротность резонатора, обладающего лишь потерями в металлических стенках; $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла потерь вещества, заполняющего резонатор.

Задачи:

5.1. Определить резонансные частоты колебаний типов E_{010} и H_{111} в цилиндрическом резонаторе, диаметр и длина которого одинаковы и равны 6 см.

5.2. При каком соотношении длины цилиндрического объемного резонатора к его радиусу резонансные частоты колебаний E_{010} и H_{111} будут одинаковы?

5.3. Длина цилиндрического резонатора вдвое больше его диаметра. Резонансная частота колебания типа E_{011} равна 6 ГГц. Определить диаметр резонатора.

5.4. Резонансная частота колебания типа E_{010} в цилиндрическом резонаторе равна 4 ГГц, резонансная частота колебания типа H_{111} 5 ГГц. Определить размеры резонатора.

5.5. Найти соотношение диаметра и высоты цилиндрического резонатора, если известно, что резонансные частоты двух низших типов колебаний отличаются в два раза.

5.6. Определить добротность цилиндрического объемного резонатора радиусом 5 см, работающего на волне 10 см. Тип колебания E_{011} . Стенки резонатора медные.

5.7. Цилиндрический объемный резонатор, длина которого равна его диаметру, работает на колебании E_{010} . Резонансная частота 4 ГГц. Резонатор заполнен полистиролом, материал стенок латунь. Определить добротность резонатора. Какова будет добротность резонатора с таким же соотношением размеров и с той же резонансной частотой при воздушном заполнении?

5.8. В цилиндрическом объемном резонаторе длиной 10 см и диаметром 12 см при $t=0$ происходит ударное возбуждение колебаний типа H_{011} . За какое время амплитуда колебаний уменьшится в 10 раз? Стенки резонатора посеребрены.

5.9. Энергия, запасенная в цилиндрическом объемном резонаторе длиной 20 см и диаметром 12 см, равна 0,01 Дж. Тип колебания E_{010} . Определить максимальную амплитуду напряженности электрического поля и поверхностную плотность тока на боковых стенках резонатора.

5.10. Какая максимальная энергия может быть запасена в цилиндрическом объемном резонаторе, заполненном воздухом, на колебании типа H_{011} , если пробой наступает при напряженности электрического поля 30 кВ/см? Диаметр резонатора 6 см, длина 8 см.

5.11. Цилиндрический объемный резонатор с медными стенками длиной 40 мм и диаметром 25 мм, работающий на колебании E_{011} , используется для измерения параметров диэлектриков. Определить относительную диэлектрическую проницаемость измеряемого вещества, если резонансная частота резонатора 12700 МГц, а его добротность 850.

5.12. Определить соотношение частот объемного резонатора кубической формы и вписанного в него цилиндрического резонатора, если они работают на низших типах колебаний, а заполняющий их диэлектрик имеет одинаковые параметры.

5.13. Резонатор изготовлен из латуни. Как изменится его добротность после серебрения внутренней поверхности?

5.14. Полый медный цилиндр должен резонировать на частоте 3 ГГц. Выбрать его размеры, взяв поочередно колебания H_{111} , E_{010} и H_{011} . Вычислить добротность резонатора в каждом случае.

5.15. Круглый резонатор с колебанием типа E_{010} выполнен из меди, заполнен воздухом и имеет размеры $a=38,4$ мм, $l=40$ мм. Вычислить ширину

полосы пропускания по уровню 0,707 от максимального значения амплитудно-частотной характеристики.

5.16. Круглый объемный резонатор с воздушным заполнением имеет диаметр 5 см и длину 7,5 см. Определить резонансные частоты для мод E_{010} и E_{011} в данном резонаторе.

5.17. Круглый объемный резонатор имеет идеально проводящие стенки и воздушное заполнение. Измерения показали, что колебание типа E_{010} имеет резонансную частоту 3,5 ГГц, а колебание типа H_{111} - резонансную частоту 5,8 ГГц. Определить радиус резонатора и его длину.

5.18. Вычислить добротность и резонансную частоту круглого объемного резонатора, выполненного из меди, имеющего радиус 3 см, длину 4 см и работающего на колебании E_{010} .

5.19. Вычислить добротность и резонансную частоту круглого объемного резонатора, выполненного из меди, имеющего радиус 3 см, длину 4 см и работающего на колебании H_{111} .

5.20. Вычислить добротность и резонансную частоту круглого объемного резонатора, выполненного из меди, имеющего радиус 3 см, длину 4 см и работающего на колебании E_{011} .

5.21. Круглый объемный резонатор заполнен воздухом, работает на типе колебания E_{010} , имеет диаметр 10 см и длину 5 см. Известно, что в резонаторе запасена энергия 0,001 Дж. Вычислить амплитуду напряженности электрического поля на оси резонатора. Какова максимально возможная запасенная энергия в резонаторе, ограниченная пробоем?

5.22. Найти первые пять частот пустого цилиндрического резонатора с размерами $a=2$ см, $l=1$ см. Определить их тип.

6. КОАКСИАЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР

Коаксиальный резонатор, работающий на колебаниях типа T_p имеет компоненты поля :

$$\dot{E}_r = -jH_0 \cdot Z_c \cdot \frac{1}{r} \cdot \sin\left(\frac{p \cdot \pi}{l} z\right)$$

$$\dot{H}_\varphi = H_0 \cdot \frac{1}{r} \cdot \cos\left(\frac{p \cdot \pi}{l} z\right),$$

где $H_0 = \frac{I_m}{2\pi}$, I_m - комплексная амплитуда тока внутреннего проводника в пучности.

Резонансная частота коаксиального резонатора:

$$f_p = \frac{c}{2} \cdot \frac{p}{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}},$$

где c - скорость света (3×10^8 м/сек)

Добротность колебания типа T_p :

$$Q = \frac{1}{\Delta} \cdot \frac{2l \cdot \ln \frac{D}{d}}{4 \cdot \ln \frac{D}{d} + l \cdot \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)}.$$

Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, то результирующая добротность

$$Q = \frac{1}{1/Q_M + \operatorname{tg} \delta},$$

где Q_M - добротность резонатора, обладающего лишь потерями в металлических стенках; $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла потерь вещества, заполняющего резонатор.

Кроме колебаний типа T_p в коаксиальном резонаторе возможны колебания типа H_{mnp} и E_{mnp} .

Задачи:

6.1. Коаксиальный объемный резонатор имеет размеры: диаметр центрального проводника 20 мм, диаметр цилиндрического экрана 40 мм, длина 5 мм. Какой тип колебаний является для него основным? Найти резонансную частоту. Изобразить картину силовых линий поля.

6.2. Найти резонансную частоту и добротность коаксиального резонатора, работающего на основном типе колебаний. Размеры резонатора $D=8$ мм, $d=25$ мм, $l=120$ мм. Материал стенок - латунь.

6.3. Определить предельную энергию, которая может быть накоплена в коаксиальном резонаторе с размерами $D=4$ мм, $l=100$ мм на низшем типе колебаний. Максимально допустимая напряженность электрического поля 30 кВ/см. Резонатор изготовлен из коаксиальной линии с волновым сопротивлением 50 Ом без заполнения диэлектриком.

6.4. Коаксиальный резонатор изготавливается из кабеля РК75-4-11 путем закорачивания центрального проводника и экрана на его концах.

Рассчитать длину резонатора на частоту 800 МГц, если известно, что используемый кабель имеет волновое сопротивление 75 Ом, диаметр экрана равен 4 мм, а внутреннее пространство заполнено полиэтиленом. Вычислить полосу рабочих частот резонатора.

6.5. Определить максимальную энергию, которая может быть накоплена в коаксиальном резонаторе с размерами $d = 40$ мм, $l = 80$ мм на основном типе колебаний. Максимально допустимая напряженность электрического поля 30 кВ/см.

6.6. Объемный резонатор представляет собой кольцевую полость. Размеры резонатора: $D = 60$ мм, $d = 30$ мм, $l = 20$ см. Какой тип колебаний является в резонаторе основным? Изобразить картину силовых линий поля и найти резонансную частоту.

6.7. Сравнить резонансные частоты и добротности цилиндрического резонатора диаметром 20 мм и высотой 40 мм и коаксиального, имеющего тот же диаметр внешнего экрана, с центральным проводником диаметром 5 мм. Высота коаксиального резонатора 40 мм. Оба резонатора выполнены из меди.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высшая школа, 1991. - с.
2. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высшая школа,
- 3.